

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение  
«Гимназия» г. Боровичи

Рассмотрено  
на заседании ПЦК  
естественно-научного  
цикла

Протокол № 1 от

31.08.2023 г.

*Смирнова О.В.*

Согласовано  
Зам. Директора  
по УВР  
Павлова Н.А.

31.08.2023 г.

Утверждаю  
Директор MAOY  
«Гимназия»  
г. Боровичи  
Андреева О.А.



**Рабочая программа**  
**Курса внеурочной деятельности**  
**«Замечательные неравенства: способы получения и примеры**  
**применения»**

разработана на основе элективного курса «Замечательные неравенства» 10-11 кл.  
С.А. Гомонов, Дрофа 2016,

*возраст детей 15 – 18 лет*  
*срок реализации 2 года*

**Разработала:**  
**Дарушина Светлана Викторовна,**  
учитель математики высшей  
квалификационной категории  
MAOY «Гимназия»

г. Боровичи  
2023 год

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение  
«Гимназия» г. Боровичи

Рассмотрено  
на заседании ПЦК  
естественно-научного  
цикла  
Протокол № 1 от

---

Согласовано  
Зам. Директора  
по УВР  
Павлова Н.А.

---

Утверждаю  
Директор МАОУ  
«Гимназия»  
г. Боровичи  
Андреева О.А.

---

**Рабочая программа**  
**Курса внеурочной деятельности**  
**«Замечательные неравенства: способы получения и примеры**  
**применения»**

разработана на основе элективного курса «Замечательные неравенства» 10-11 кл.  
С.А. Гомонов, Дрофа 2016,

*возраст детей 15 – 18 лет*  
срок реализации 2 года

**Разработала:**  
**Дарушина Светлана Викторовна,**  
учитель математики высшей  
квалификационной категории  
МАОУ «Гимназия»

г. Боровичи  
2023 год

## Пояснительная записка.

Программа ориентирована на учащихся старших классов (10 – 11) общеобразовательной школы, изучающих математику по программе базового и углубленного уровней и рассчитана на 136 или 68 часов 2 года обучения:

1 год обучения – 68 /34 часов ( режим занятий 2 (1)раза в неделю по 1 часу)

2 год обучения – 68/34 часов ( режим занятий 2(1) раза в неделю по 1 часу)

Элективный курс дополняет базовую программу по математике, позволяя учащимся познакомиться с некоторыми понятиями и идеями ряда современных разделов «большой» математики.

Программа разработана на основе:

- закона РФ “ Об Образовании”,
- федерального государственного образовательного стандарта,
- программы по математике для 10 – 11 классов,
- авторского курса С.А.Гомонова, допущенного Министерством образования и науки Российской Федерации

В программе элективного курса «Замечательные неравенства» увеличены часы на изучаемые темы:

### ***I год обучения:***

- «Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение» с **9 часов** на **16 часов**
- «Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных» с **5 часов** на **12 часов**
- «Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач» с **3 часов** на **9 часов**
- «Неравенства подсказывают методы их обоснования» с **7 часов** на **23 часа**

### ***II год обучения***

- «Средние степенные величины : свойства, происхождение и применение» с **10 часов** на **16 часов**
- «Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения» с **3 часов** на **5 часов**
- «Генераторы замечательных неравенств» с **17 часов** на **25 часов**
- «Применение неравенств» с **7 часов** на **13 часов**
- дополнительно **8 часов** выделено на тему «Задания с параметрами»

*для того, чтобы увеличить количество часов, выделенных на практические занятия по изученным темам курса (отработку методов, приёмов и свойств неравенств, защиту проектов и исследовательских работ), а также для того, чтобы иметь возможность использовать компьютерную технику и Интернет при проведении занятий по элективному курсу «Замечательные неравенства» в старших классах профильной школы, т.к. именно компьютер будет хорошим помощником на целом ряде уроков.*

Программа включает в себя основные разделы основной и средней школ по алгебре и началам анализа и ряд дополнительных вопросов, непосредственно примыкающих к этому курсу и углубляющих его по основным идейным линиям. Материал подобран таким образом, чтобы обеспечить обобщающее повторение основных тем курса, углубить и расширить знания учащихся по темам “Тождественные преобразования выражений”, “Решение уравнений и их систем”, “Решение неравенств и их систем”, “Применение производной”. В программе более широко рассматриваются вопросы решения уравнений, неравенств, систем уравнений с модулями и параметрами, которым в традиционном курсе уделяется недостаточно внимания, а также решаются иррациональные, тригонометрические неравенства, которые в основном курсе идут в ознакомительном плане. Больше внимания уделяется решению задач с использованием свойств функций с привлечением аппарата математического анализа.

Элективный курс по теме “Замечательные неравенства” входит в образовательную область “**Математика**” и представляет углубленное изучение теоретического материала укрупненными блоками. Учащиеся пройдут путь от умения доказывать простейшие числовые неравенства до знания методов обоснования замечательных неравенств Коши-Буняковского, Чебышева и Иенсона, что существенно повысит их шансы успешно выступить на математических конкурсах и олимпиадах самого высокого уровня, а также набрать высокие баллы при сдаче ЕГЭ по предмету. Данный курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, исследовательских навыков. Материал курса позволяет показать учащимся как красоту и совершенство, так сложность и изощренность математических методов.

## **Цели:**

- совершенствование математической культуры и творческих способностей учащихся на основе коррекции базовых математических знаний
- расширение возможностей учащихся в отношении дальнейшего профессионального образования

Изучение этого курса позволяет решить следующие задачи:

- формирование у учащихся целостного представления о теме, ее значения в разделе математики, связи с другими темами,
- формирование поисково-исследовательского метода, аналитического мышления, развитие памяти, кругозора, умение преодолевать трудности при решении более сложных задач
- осуществление работы с дополнительной литературой,

- акцентирование внимания учащихся на единых требованиях к правилам оформления различных видов заданий, включаемых в итоговую аттестацию за курс полной общеобразовательной средней школы;

## **Требования к уровню подготовки учащихся.**

### ***В результате изучения курса учащиеся должны знать:***

- понятие «больше», «меньше», «не больше», «не меньше» для действительных чисел и их свойства;
- основные методы сравнения двух чисел: «по определению», сравнение их отношений с единицей, сравнение их степеней, сравнение их с промежуточным числом, метод использования «замечательных неравенств»;
- основные методы установления истинности неравенств с переменными: метод анализа, метод синтеза, метод «от противного», метод использования тождеств, метод подстановки (введение новых переменных), метод оценивания (усиление и ослабления);
- схему применения метода математической индукции;
- неравенство Коши для произвольного числа переменных;
- соотношение Коши-Буняковского;
- неравенство Чебышева;
- средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое двух положительных чисел, их геометрическое интерпретация.

### ***В результате изучения курса учащиеся должны уметь:***

- применять основные методы сравнения двух чисел;
- применять основные способы доказательства истинности неравенств с переменными;
- применять метод математической индукции для доказательства неравенств;
- применять неравенство Коши-Буняковского при  $n = 2$ ;
- применять замечательные неравенства для нахождения наибольшего и наименьшего значений функций, решения несложных задач на оптимизацию.

### ***Система форм контроля уровня достижений учащихся и критерии оценки.***

Уровень достижений учащихся определяется в результате:

- наблюдения активности на практикумах;
- беседы с учащимися;
- анализа творческих, исследовательских работ;
- проверки домашнего задания;
- выполнения письменных работ;

- самостоятельно созданных слайдов, мини-задачников, выполненных проектов, которые могут быть индивидуальными и коллективными.

Итоговая оценка является накопительной, т.е. результаты выполнения предложенных заданий оцениваются в баллах, которые суммируются по окончании курса.

## *Учебно-тематический план*

### 1 год обучения (10 класс)

Наименование разделов и тем	Количество часов		
	всего	лекции	практика
<b>10 класс</b>			
<b>1. Замечательные неравенства .</b>			
1.1. Числовые неравенства и их свойства.	2	1	1
1.2. Основные методы установления истинности числовых неравенств, или как узнать, «что больше?»	5	2	3
1.3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение.	16	6	10
1.4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.	12	5	7
1.5. Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач.	9	3	6
1.6. Неравенства подсказывают методы их обоснования.	23	4	19
<b>Итого по разделу</b>	<b>67</b>	<b>21</b>	<b>46</b>

<b>Итоговое занятие по курсу 10 кл.</b>	<b>1</b>		<b>1</b> (семинар)
<b>ВСЕГО:</b>	<b>68</b>	<b>21</b>	<b>47</b>

## *Содержание программы 1 год обучения 10-й класс*

### **1. Числовые неравенства и их свойства. (2 часа)**

Некоторые понятия и свойства, считающиеся известными. Понятие «больше» и «меньше» для действительных чисел. Числовые неравенства. Простейшие свойства числовых неравенств.

### **2. Основные методы установления истинности числовых неравенств, или как узнать, «что больше?» . (5 часов)**

Сравнение двух действительных чисел ( заданных как значение числовых выражений ) «по определению». Сравнение двух положительных действительных чисел путём сравнения с единицей их отношения. Сравнение действительных чисел с помощью сравнения их степеней. Метод сравнения двух чисел с помощью нахождения «промежуточного» для них числа ( метод оценок «сверху» и «снизу» ). Метод вспомогательной функции и использования её св-ва. Метод применения замечательных неравенств.( Применение определённого интеграла ). Решение задач , иллюстрирующих перечисленные выше методы и не только их.

**3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение. (16 часов)** Понятие неравенства с переменными и его решения. Неравенство – следствие. Равносильные неравенства. Опровержимые неравенства. Основные методы решения задач на истинности неравенств с переменными: Метод анализа , метод синтеза. Метод от противного. Метод использования тождеств. Метод оценивания (метод усиления или ослабления). Метод введения новых переменных, или метод подстановки. Метод введения вспомогательных функций с целью использования их св-в. Метод уменьшения числа переменных в неравенстве и понижения степени неравенства. Частные случаи неравенства Коши. Обоснование и применение частных случаев неравенства Коши.

**4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. (12 часов)**

Метод перебора всех вариантов ( «полная индукция» )и метод математической индукции. Система аксиом Джузеппе Пеано. Схема применения принципа ( аксиомы ) математической индукции. Некоторые модификации принципа

математической индукции. Теоремы о сравнении соответствующих членов двух последовательностей. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.

### **5. Неравенство Коши - Буняковского и его применение к решению задач. (9 часов)**

Неравенство Коши – Буняковского и условия его реализации в варианте равенства. Векторный вариант записи неравенства Коши – Буняковского. Тригонометрические подстановки.

### **6. Неравенства подсказывают методы их обоснования. (23 часа)**

Приближение к экстремуму выравниванием значений переменных ( метод Штурма ). Использование симметричности, однородности и цикличности левой и правой частей неравенства. Геометрические неравенства, устанавливаемые с применением соотношений между длинами сторон треугольника. Условные тождества.

### **7. Итоговое занятие (1 час )**

#### ***Учебно-тематический план***

#### **2 год обучения (11 класс)**

Наименование разделов и тем	Количество часов		
	Всего	лекции	практика
<b>11 класс</b>			
<b>1. Средние величины и соотношения.</b>			
1.1. Средние степенные величины: свойства, происхождение и применение.	16	5	11
1.2. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.	5	1	4
1.3. Генераторы замечательных неравенств.	25	8	17
1.4. Применение неравенств.	13	3	10
<b>Итого по разделу</b>	<b>59</b>	<b>17</b>	<b>42</b>



<b>2. Задания с параметрами . (Задания ЕГЭ - С-3, С-5)</b>	<b>8</b>		<b>8</b>
<b>Итого по разделу</b>	<b>8</b>		<b>8</b>
<b>7. Итоговое занятие</b>	<b>1</b>		<b>1</b> (семинар)
<b>ВСЕГО:</b>	<b>68</b>	<b>17</b>	<b>51</b>

## ***Содержание программы 2 год обучения 11-й класс***

### **1. Средние степенные величины: свойства, происхождение и применение. (16 часов)**

Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух и большего числа параметров. Соотношения между ними. Геометрические интерпретации. Четыре средние линии трапеции. Среднее арифметико – геометрическое Гаусса и среднее арифметико – гармоническое. Симметрические средние. Теорема Мюрхеда. Круговые неравенства, методы их доказательства и опровержения. Среднее арифметическое взвешенное и его свойства. Средние степенные и средние взвешенные степенные.

### **2. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения. (5 часов)**

Неравенство Чебышева и некоторые его простейшие обобщения. Некоторые обобщения неравенства Чебышева и Коши – Буняковского.

### **3. Генераторы замечательных неравенств. (25 часов)**

Мы с ними уже встречались: Свойства линейной и квадратичной функций – источник простейших неравенств. Геометрия помогает получать неравенства. Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств. Свойства пар одномонотонных последовательностей и их свёртки. Одномонотонность нескольких последовательностей. Неравенство Иенсона. Свойства центра масс конечной системы материальных точек и выпуклые фигуры. Бусинки на проволоке. Выпуклые фигуры и выпуклые функции. Надграфик и полграфик функции. Неравенство Иенсона. Исследование функции на выпуклость и вогнутость средствами мат. анализа. Примеры применения неравенства Иенсона. Неравенства Коши – Гельдера и Минковского.

### **4. Применение неравенств. (13 часов)**

Неравенства в финансовой математике. Задача Дидоны и другие задачи на оптимизацию.

Поиск наибольших и наименьших значений функций с помощью замечательных неравенств.

## 5. Задания с параметрами (8 часов)

Решение уравнений, неравенств, содержащих параметр. Графические интерпретации. Решение систем уравнений и неравенств, содержащих параметр из заданий Единого Государственного Экзамена.

## 6. Итоговое занятие (1 час)

### Методическое обеспечение.

Работа по данной программе включает в себя следующие формы занятий:

- обзорные лекции, на которых сообщаются теоретические факты,
- семинары и практикумы по решению задач,
- метод проектов, который позволяет реализовать исследовательские и творческие способности учащихся.

При работе будут использованы приемы парной, групповой деятельности для осуществления элементов самооценки, взаимооценки, умение работать с математической литературой и выделять главное.

**Текущий контроль** знаний осуществляется по результатам выполнения учащимися практических заданий. **Итоговый контроль** реализуется в форме защиты проектов и выполнения тестовой работы.

Дидактический материал подобран для учащихся с разным уровнем подготовки: от простых до конкурсных и олимпиадных задач. На всех занятиях осуществляется индивидуальный и дифференцированный подход в обучении.

### 1. Темы проектов для исследовательской работы:

- машинная графика и малые шевеления параметров;
- итерационные последовательности и диаграммы Ламерея — Кенигса;
- эффект «увеличительного стекла»;
- Христиан Гюйгенс, его жизнь и научное творчество;
- П.Л.Чебышев, его жизнь и научное творчество;
- применение неравенств.

### 2. Тестовые измерители по темам:

- алгебраические выражения;

- алгебраические уравнения, неравенства, системы;
- тригонометрические уравнения, неравенства, системы;
- применение производной;
- задачи с параметрами.

### **3. Дидактический материал к изучаемым темам:**

- «замечательные пределы»
- симметрические, возвратные, однородные уравнения;
- уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля;
- показательные и логарифмические уравнения и неравенства, системы уравнений и неравенств.

## Литература для учителя

1. Государственный образовательный стандарт.
2. Примерная программа по математике основного (общего) образования.
3. Башмаков М.И. Уравнения и неравенства. М., 1983 г
4. Горнштейн П.И., Полонский В.Т., Якир М.С. Задачи с параметрами. Москва – Харьков: “Илекса” “Гимназия”, 2019.
5. Гомонов С.А . Замечательные неравенства. Их обоснование и применение./ Методические рекомендации к элективному курсу/ Дрофа. 2017г
6. Денищева Л.О., Безрукова Г.К., Бойченко Е.М. и др. Единый государственный экзамен: Математика: 2018-2019. Контр. измерит. Материалы/ под ред Ковалевой Г.С. / . М-во образования и науки РФ. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки.: Просвещение, 2019г.
7. Локоть В.В. Задачи с параметрами. Показательные и логарифмические уравнения, неравенства, системы. М.: АРКТИ, 2005
8. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа , 10, 11 класс./профильный уровень/, 2 части, М. : Мнемозина, 2017 г.
9. Семенко Е.А. Сборник тестовых контрольных заданий по математике для подготовке к итоговой аттестации в профильных классах, изд.”Просвещение – ЮГ”, 2020 г
10. Фальке Л.Я., Лисничук Н.Н. и др. Изучение сложных тем курса алгебры в средней школе. М.: “Илекса”, 2018г.

## Литература для ученика

1. Денищева Л.О., Безрукова Г.К., Бойченко Е.М. и др. Единый государственный экзамен: Математика: 2018-2019. Контр. измерит. Материалы/ под ред Ковалевой Г.С. / . М-во образования и науки РФ. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки.: Просвещение, 2019г
2. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа , 10, 11 класс./профильный уровень/, 2 части, М. : Мнемозина, 2017 г.
3. Семенко Е.А. Сборник тестовых контрольных заданий по математике для подготовке к итоговой аттестации в профильных классах, изд.”Просвещение – ЮГ”, 2018 г
4. Лысенко Ф.Ф. Математика. Подготовка к ЕГЭ – 2021.- Легион-М, 2019.
5. Локоть В.В. Задачи с параметрами. Показательные и логарифмические уравнения, неравенства, системы. М.: АРКТИ, 2005.
6. Математика: Большой справочник для школьников и поступающих в вузы. М.: Дрофа, 2020
7. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учебное пособие для 10кл. средней школы.- М.: Просвящение, 2019.

## Статьи журнала «Математика в школе»

1. Айзенштат Я.И. «Доказательство неравенств методом математической индукции» - М, 1976-№2-с.89.
2. Вороной А.Н. Пять способов доказательства одного неравенства. № 4, 2000.
3. Гальперин И.М., Габович И.Г. Использование векторного неравенства Коши-Буняковского при решении задач по алгебре. № 2, 1991.
4. Далингер В.А. Как сделать теорему о среднем арифметическом и средним геометрическим средством познания. № 9, 2003.
5. Дорофеев Г.В. и др. Геометрические доказательства теоремы о средних: Курс по выбору «Избранные вопросы математики». № 10, 2003.
6. Курляндчик Л.Д. Неравенство Коши. № 5, 1987.
7. Петров В.А. Элементы финансовой математики на уроке. № 8, 2002.

## Учебно-тематический план

### 1 год обучения (10 класс)

Наименование разделов и тем	Количество часов		
	всего	Лекции и	Практика
<b>10 класс</b>			
<b>1. Решение уравнений, неравенств и их систем.</b>			
1.1. Решение уравнений и неравенств, содержащих модули.	3	1	2
1.2. Решение уравнений, неравенств и их систем повышенной сложности	3		3
1.3. Решение иррациональных уравнений	5	1	4
<b>Итого по разделу</b>	11	2	9
<b>2. Преобразование алгебраических выражений</b>			
2.1. Преобразование выражений, содержащих радикалы	3		3
2.2. Преобразование выражений, степени с рациональным показателем	3		3
2.3. Преобразование тригонометрических выражений	2		2
<b>Итого по разделу</b>	8		8
<b>3. Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем</b>			
3.1. Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем (содержащих модуль).	3	1	2
3.2. Решение тригонометрических уравнений и их систем, с применением комбинированных и нестандартных методов	3	1	2
<b>Итого по разделу</b>	6	2	4
<b>4. Применение производной при решении прикладных задач</b>	3		3
<b>Итого по разделу</b>	3		3

<b>6. Задания с параметрами</b>	4	1	3
<b>Итого по разделу</b>	4	1	3
<b>7. Итоговое занятие</b>	2		
<b>ВСЕГО:</b>	34	5	27

## Содержание программы 1 год обучения 10-й класс

### 1. Решение уравнений, неравенств и их систем (11 часов)

Замена переменных, условные равенства. Решение уравнений высших степеней. Схема Горнера. Теорема Безу. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Решение иррациональных уравнений. Симметрические и возвратные уравнения.

### 2. Преобразование алгебраических выражений (8 часов)

Преобразование выражений, содержащих радикалы. Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем. Преобразование тригонометрических выражений.

### 3. Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем (6 часов)

Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем, содержащих переменную под знаком модуля. Сведение решения иррационального уравнения к решению тригонометрического уравнения.

Решение тригонометрических уравнений и их систем, с применением комбинированных и нестандартных методов.

### 5. Применение производной при решении прикладных задач (3 часа)

Вычисление производных сложных функций. Решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения сложных функций.

### 6. Задания с параметрами (5 часов)

Решение уравнений, неравенств, содержащих параметр. Графические интерпретации. Решение систем уравнений и неравенств, содержащих параметр.

### Итоговое занятие (2 часа)

## Учебно-тематический план

### 2 год обучения (11 класс)

Наименование разделов и тем	Количество часов		
	всего	лекции	Практика
<b>11 класс</b>			
<b>1. Решение уравнений, неравенств и их систем.</b>			
1.1. Решение уравнений и неравенств, содержащих модули.	3	1	2
1.2. Решение уравнений, неравенств и их систем повышенной сложности	3		3
<b>Итого по разделу</b>	6	1	5
<b>2. Преобразование алгебраических выражений</b>			
2.1. Преобразование сложных выражений, содержащих радикалы	2		2
2.2. Преобразование сложных выражений, степени с рациональным показателем	2		2
2.3. Преобразование сложных тригонометрических выражений	2		2
<b>Итого по разделу</b>	6		6
<b>3. Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем</b>			
3.1. Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем (содержащих модуль).	3	1	2
3.2. Решение более сложных тригонометрических уравнений и их систем, с применением комбинированных и нестандартных методов	3	1	2



<b>Итого по разделу</b>	6	1	3
<b>4. Логарифмическая и показательная функции</b>			
4.1. Решение показательных уравнений и неравенств (содержащих модуль)	3		3
4.2. Решение логарифмических уравнений и неравенств (содержащих модуль)	3		3
<b>Итого по разделу</b>	6		6
<b>5. Применение производной при решении прикладных задач</b>	3		3
<b>Итого по разделу</b>	3		3
<b>6. Задания с параметрами</b>	5	1	4
<b>Итого по разделу</b>	5	1	4
<b>7. Итоговое занятие</b>	2		
<b>ВСЕГО:</b>	34	2	30

## Содержание программы 2 год обучения 11-й класс

### 1. Решение уравнений, неравенств и их систем (6 часов)

Симметрические и возвратные уравнения третьей и четвертой степеней. Некоторые искусственные способы решения алгебраических уравнений. Комбинирование различных методов. Обобщенный метод интервалов при решении неравенств.

### 2. Преобразование алгебраических выражений (6 часов)

Преобразование сложных выражений, содержащих радикалы. Преобразование сложных выражений, содержащих степени с рациональным показателем. Преобразование сложных тригонометрических выражений.

### 3. Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем (6 часов)

Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем, содержащих переменную под знаком модуля.

Решение более сложных тригонометрических уравнений и их систем, с применением комбинированных и нестандартных методов.

### 4. Логарифмическая и показательная функции (6 часов)

Показательная функция. Условия существования решений показательных уравнений. Решение показательных уравнений и неравенств (содержащих модуль).  
Логарифмическая функция. Условия существования решений логарифмических уравнений. Решение логарифмических уравнений и неравенств (содержащих модуль).

### **5. Применение производной при решении прикладных задач (3 часа)**

Решение задач практической направленности с применением производной.

Применение производной при решении прикладных задач. Использование монотонности функции. Применение теоремы Лагранжа.

### **6. Задания с параметрами (5 часов)**

Решение уравнений, неравенств, содержащих параметр. Графические интерпретации. Решение систем уравнений и неравенств, содержащих параметр из заданий Единого Государственного Экзамена.

### **7. Итоговое занятие (2 часа)**